



Penyelesaian Masalah Penugasan Tidak Seimbang Menggunakan Algoritma *Modified Ghadle-Munot*

Ressa Anggraini¹, Meliana Pasaribu², Bayu Prihandono³
^{1,2,3}Program Studi Matematika, FMIPA (Matematika/Matematika, Universitas Tanjungpura)
Corresponding author email: h1011201022@student.untan.ac.id

Abstract: UKM Sinar Terang Herbal has 4 employees assigned to 6 stages of production of herbal drinks production. Each employee's ability to complete each production stage varies, necessitating the allocation of tasks according to their skills. The business faces an unbalanced assignment problem, where the number of employees is fewer than the number of production stages. This research solves the unbalanced assignment problem using a modified Ghadle-Munot algorithm. The modification involves adding a matrix partition step to create several balanced matrices. The assignment problem is formulated as a mathematical model, organized in matrix form, and then partitioned into balanced matrices. The solution is determined using the Ghadle-Munot algorithm. According to the research results, the optimal solution is employee 1 is assigned to the washing stage with a completion time of 37 minutes and the cooking stage with a completion time of 683 minutes, employee 2 is assigned to the squeezing stage with a completion time of 87 minutes, employee 3 is assigned to the grating stage with a completion time of 59 minutes and employee 4 is assigned to the cooling stage with a completion time of 185 minutes and the grinding stage with a completion time of 47 minutes.

Keywords: matrix partition, balanced matrix, optimal solution

Abstrak: UKM Sinar Terang Herbal memiliki 4 karyawan yang ditugaskan pada 6 tahapan produksi pembuatan minuman herbal. Kemampuan setiap karyawan dalam menyelesaikan setiap tahapan produksi berbeda, sehingga perlu dilakukan alokasi setiap karyawan sesuai kemampuannya pada setiap tahapan produksi yang dikerjakan. Masalah yang dialami usaha ini merupakan masalah penugasan tidak seimbang, dengan kondisi tersebut pengusaha tidak mungkin mengabaikan tahapan produksi yang dikerjakan karena jumlah karyawan lebih sedikit dibandingkan dengan jumlah tahapan produksi yang dikerjakan. Oleh karena itu, pada penelitian ini diselesaikan masalah penugasan tidak seimbang dengan menggunakan algoritma *Ghadle-Munot* yang dimodifikasi. Modifikasi dilakukan dengan penambahan langkah partisi matriks menjadi beberapa matriks seimbang. Masalah penugasan tersebut dirumuskan dalam model matematika. Model tersebut disusun dalam bentuk matriks, selanjutnya dipartisi menjadi beberapa matriks seimbang. Kemudian ditentukan penyelesaiannya dengan menggunakan algoritma *Ghadle-Munot*. Berdasarkan hasil penelitian diperoleh solusi optimal yaitu karyawan 1 ditugaskan pada tahapan pencucian dengan waktu penyelesaian selama 37 menit dan tahapan pemasakan dengan waktu penyelesaian selama 683 menit, karyawan 2 ditugaskan pada tahapan pemerasan dengan waktu penyelesaian selama 87 menit, karyawan 3 ditugaskan pada tahapan pamarutan dengan waktu penyelesaian selama 59 menit dan karyawan 4 ditugaskan pada tahapan pendinginan dengan waktu penyelesaian selama 185 menit dan tahapan penggilingan dengan waktu penyelesaian selama 47 menit.

Kata kunci: partisi matriks, matriks seimbang, solusi optimal

I. PENDAHULUAN

Usaha kecil dan menengah (UKM) menjadi salah satu bagian penting bagi perekonomian Indonesia. UKM dapat memberikan lowongan pekerjaan bagi masyarakat dan menciptakan pertumbuhan ekonomi di Indonesia [1]. Dalam menjalankan sebuah usaha diperlukan sumber daya manusia yang tepat untuk mencapai keuntungan yang maksimal. Namun, sumber daya manusia (pekerja) yang dimiliki oleh setiap usaha mempunyai kemampuan yang berbeda dalam menyelesaikan pekerjaan. Hal tersebut menyebabkan keuntungan, waktu, atau biaya untuk melaksanakan setiap pekerjaan oleh setiap pekerja juga berbeda [2]. Oleh karena itu, dibutuhkan strategi seperti pengalokasian sumber daya manusia yang tepat untuk mencapai tujuan yang diinginkan. Masalah yang berhubungan dengan pengalokasian setiap sumber daya manusia (pekerja) merupakan salah satu jenis masalah optimasi dalam riset operasi yang disebut masalah penugasan (*assignment problem*) [3]. Tujuan dari penyelesaian masalah penugasan yaitu untuk mengalokasikan setiap pekerja pada pekerjaan yang tersedia sesuai kemampuannya agar pekerjaan yang ada dapat diselesaikan dengan lebih optimal [4].



Masalah penugasan dapat diselesaikan dengan menggunakan beberapa metode yaitu metode simpleks, metode-metode penyelesaian dari masalah transportasi, metode Hungarian dan lain sebagainya [5]. Penyelesaian masalah penugasan menggunakan metode simpleks secara manual sulit dilakukan karena secara umum masalah penugasan melibatkan $n \times n$ variabel keputusan dan $n + n$ atau $2n$ kendala persamaan [4]. Selain itu, metode-metode penyelesaian dari masalah transportasi dirancang untuk menyelesaikan masalah dengan persediaan dan permintaan yang bervariasi sehingga tidak efisien digunakan untuk penyelesaian masalah penugasan [6].

Metode penyelesaian masalah penugasan yang sering digunakan yaitu metode Hungarian. Metode ini efisien dan cocok digunakan untuk menyelesaikan masalah penugasan karena dapat disederhanakan dengan merumuskan masalah penugasan kedalam bentuk matriks dengan kolom menunjukkan tujuan (pekerjaan) dan baris menunjukkan sumber (pekerja) atau sebaliknya [5]. Seiring perkembangan zaman, dikembangkan metode baru yang juga efisien dan cocok digunakan untuk mendapatkan solusi optimal dari masalah penugasan yaitu algoritma *Ghadle-Munot*. Algoritma *Ghadle-Munot* didasarkan pada pendekatan kongruensi modulo. Pendekatan kongruensi modulo ini dapat digunakan untuk memaksimalkan dan meminimalkan fungsi tujuan dari masalah penugasan [7].

Suatu permasalahan penugasan dapat diselesaikan dengan syarat jumlah pekerja harus sama dengan jumlah pekerjaan yang diselesaikan (masalah penugasan seimbang) [8]. Namun, dalam kehidupan sehari-hari dijumpai masalah penugasan dengan jumlah pekerja lebih sedikit/lebih banyak dibandingkan dengan jumlah pekerjaan (masalah penugasan tidak seimbang) [9]. Apabila dijumpai masalah penugasan tidak seimbang maka akan ditambahkan variabel *dummy worker* atau *dummy job* sehingga masalah penugasan menjadi seimbang [10]. Kemudian, pekerjaan yang diselesaikan pekerja *dummy* atau sebaliknya akan diabaikan. Namun, tidak mungkin perusahaan/pengusaha mengabaikan pekerjaan yang ada karena kurangnya pekerja [6]. Oleh karena itu, pada penelitian ini dikaji cara mencari solusi dari masalah penugasan tidak seimbang dengan algoritma *Ghadle-Munot* yang dimodifikasi atau algoritma *Modified Ghadle-Munot*. Modifikasi yang dilakukan pada algoritma tersebut terletak setelah mengecek keseimbangan matriks, dilakukan partisi matriks menjadi n matriks seimbang.

UKM Sinar Terang Herbal merupakan usaha yang bergerak pada pengolahan tanaman obat untuk diproduksi menjadi minuman herbal serbuk seduh instan. Setiap karyawan di UKM Sinar Terang Herbal belum memiliki pembagian tugas tetap. Namun, kemampuan karyawan dalam menyelesaikan setiap tahapan produksi berbeda. Hal tersebut mengakibatkan tahapan produksi tidak berjalan dengan lancar dan waktu penyelesaian setiap tahapan produksi tidak dapat diprediksi. Setiap tahapan produksi berjalan dengan lancar apabila dikerjakan dengan waktu yang tepat dan cepat, agar tidak menghambat tahapan-tahapan selanjutnya.

Masalah yang dialami UKM Sinar Terang Herbal adalah bagaimana mengoptimalkan penugasan masing-masing karyawan ke setiap tahapan produksi yang dikerjakan agar penugasan mendapatkan hasil optimal dan karyawan memiliki pembagian tugas yang tetap. Oleh karena itu, perlu dilakukan alokasi karyawan yang tepat agar memperoleh hasil yang lebih optimal. Tujuan dari penelitian ini adalah menentukan solusi optimal dari masalah penugasan pada UKM Sinar Terang Herbal dengan menggunakan algoritma *modified Ghadle-Munot*.

II. METODE PENELITIAN

Metodologi yang dilakukan pada penelitian ini adalah studi literatur dengan mempelajari riset operasi, dan masalah penugasan yang bersumber dari artikel, jurnal, dan buku. Selanjutnya dilakukan



wawancara kepada pihak-pihak yang bersangkutan dan dilakukan observasi langsung untuk memperoleh informasi dan data yang diperlukan pada penelitian ini. Data tersebut merupakan data primer berupa waktu penyelesaian setiap karyawan mengerjakan setiap tahapan produksi, nama-nama karyawan, dan tahapan produksi pada pembuatan minuman herbal serbuk seduh instan. Penelitian dilakukan terhadap karyawan bagian produksi yang berjumlah 4 orang. Pengambilan data ini dilakukan pada tanggal 9 Februari 2024 sampai dengan tanggal 19 Februari 2024 di tempat produksi UKM Sinar Terang Herbal. Penelitian ini dilakukan menggunakan algoritma *Modified Ghadle-Munot* dengan langkah-langkah sebagai berikut [7].:

1. Membentuk model matematika dari masalah penugasan.
2. Membentuk matriks dari tabel penugasan yang telah disusun. Matriks tersebut dibentuk untuk mempermudah proses penyelesaian disetiap langkah.
3. Apakah jumlah baris pekerja sama dengan jumlah kolom pekerjaan. Jika sama maka lanjut ke langkah 6. Jika tidak sama maka jumlahkan setiap kolom pekerjaan (*Sum Column*) dan setiap baris pekerja (*Sum Row*). Kemudian proses dilanjutkan ke langkah 4.
4. Mengurutkan hasil jumlah kolom pekerjaan (*Sum Column*) dan jumlah baris pekerja (*Sum Row*) dari yang terkecil hingga terbesar.
5. Mempartisi matriks penugasan menjadi bentuk $m \times m$ dan diperoleh n matriks seimbang ke $-k$. Proses selanjutnya yaitu melakukan penyelesaian matriks ke $-k$ dengan $k = 1, 2, \dots, n$.
6. Menghitung mutlak selisih antara entri terkecil dan entri terkecil berikutnya yang tersedia pada setiap baris/kolom sebagai nilai penalti.
7. Memilih nilai penalti maksimum diantara semua penalti. Nilai penalti maksimum tersebut dilambangkan dengan P .
8. Menghitung kongruen $\text{mod } P$ dari semua entri matriks ke $-k$. Lalu, bentuk matriks alokasi dengan merepresentasikannya dalam bentuk $(r)^{(q)}$ dengan (r) adalah sisa bagi $\text{mod } P$ dan (q) adalah hasil bagi $\text{mod } P$.
9. Memeriksa apakah nilai penalti terbesar pada setiap baris/kolom ada yang sama? jika tidak maka pilih baris/kolom yang tersedia dengan nilai penalti terbesar dan proses dilanjutkan ke langkah 10. Jika ya maka pilih salah satu baris/kolom dengan nilai penalti terbesar yang berisi entri minimum. Kemudian proses dilanjutkan ke langkah 10.
10. Memilih entri minimum pada baris/kolom yang mempunyai nilai penalti terbesar dengan melihat (q) terkecil. Periksa apakah pada baris/kolom dengan nilai penalti terbesar mempunyai (q) terkecil yang sama? jika tidak maka lakukan alokasi $x_{i,j}$ pada sel di baris/kolom yang mempunyai nilai penalti terbesar dengan memilih hasil (q) terkecil. Jika ya maka lakukan alokasi $x_{i,j}$ pada sel di baris/kolom yang mempunyai nilai penalti terbesar dengan memilih (r) yang paling minimum diantara (q) terkecil. Kemudian proses dilanjutkan ke langkah 11.
11. Menghapus baris dan kolom yang sudah dialokasikan. Baris dan kolom yang sudah dihapus tidak dilibatkan untuk pengalokasian selanjutnya.
12. Apakah seluruh pekerja sudah ditugaskan ke setiap pekerjaan yang dikerjakan? jika tidak maka proses dilanjutkan ke langkah 9. Jika ya maka solusi untuk matriks ke $-k$ dengan $k = 1, 2, \dots, n$.
13. Apakah semua matriks partisi ke $-k$ dengan $k = 1, 2, \dots, n$ sudah selesai diselidiki? jika tidak maka proses dilanjutkan ke langkah 6. Jika ya maka solusi sudah optimal.



III. HASIL DAN PEMBAHASAN

UKM Sinar Terang Herbal merupakan usaha yang bergerak di bidang industri makanan dan minuman, khususnya pada usaha pengolahan tanaman obat untuk diproduksi menjadi minuman herbal serbuk seduh instan yang siap dikonsumsi. UKM Sinar Terang Herbal mempunyai 4 karyawan bagian produksi. Penugasan karyawan pada produksi minuman herbal serbuk seduh instan ini terbagi menjadi enam tahapan produksi yaitu pencucian, pamarutan, penyaringan, pemasakan, pendinginan dan penggilingan yang dikerjakan oleh empat orang karyawan bagian produksi. Setiap karyawan belum memiliki pembagian tugas yang tetap sehingga pada saat produksi karyawan mengerjakan tugas secara bergantian. Oleh karena itu, timbul masalah penugasan yang terjadi pada UKM Sinar Terang Herbal. Masalah penugasan tersebut merupakan masalah penugasan tidak seimbang dimana jumlah karyawan lebih sedikit dibandingkan jumlah pekerjaan yang ada.

Waktu penyelesaian setiap karyawan berbeda-beda dalam menyelesaikan setiap tahapan produksi. Hal ini dikarenakan setiap karyawan memiliki keahlian dan kemampuan yang berbeda-beda. Oleh karena itu, waktu penyelesaian yang berbeda-beda antar karyawan menjadi bahan pertimbangan dalam menugaskan karyawan ke tahapan produksi yang ada.

Tabel 1. Total waktu penyelesaian setiap karyawan dalam menyelesaikan setiap tahapan produksi dengan lima varian rasa dalam satuan menit

Karyawan	Tahapan produksi						Kapasitas (Karyawan)
	I	II	III	IV	V	VI	
1	37 $x_{1,1}$	66 $x_{1,2}$	93 $x_{1,3}$	683 $x_{1,4}$	192 $x_{1,5}$	58 $x_{1,6}$	1
2	45 $x_{2,1}$	67 $x_{2,2}$	87 $x_{2,3}$	759 $x_{2,4}$	205 $x_{2,5}$	54 $x_{2,6}$	1
3	42 $x_{3,1}$	59 $x_{3,2}$	91 $x_{3,3}$	732 $x_{3,4}$	207 $x_{3,5}$	51 $x_{3,6}$	1
4	37 $x_{4,1}$	68 $x_{4,2}$	92 $x_{4,3}$	718 $x_{4,4}$	185 $x_{4,5}$	47 $x_{4,6}$	1
Kapasitas (Tahapan produksi)	1	1	1	1	1	1	6

(Sumber: UKM Sinar Terang Herbal)

Untuk menyelesaikan masalah penugasan dapat menggunakan beberapa langkah agar diselesaikan dengan optimal, langkah – langkah tersebut yaitu sebagai berikut:

Langkah 1. Masalah penugasan pada UKM Sinar Terang Herbal dimodelkan ke dalam model matematika. Model tersebut terdiri dari variabel keputusan, fungsi tujuan dan fungsi kendala.

a. Variabel keputusan

Variabel keputusan dalam masalah penugasan ini yaitu karyawan ke- i ditugaskan/tidak ditugaskan ke tahapan produksi ke- j . Notasi dari variabel keputusan tersebut yaitu sebagai berikut:

$$x_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{jika karyawan ke } -i \text{ ditugaskan ke tahapan produksi ke } -j \\ 0, & \text{jika karyawan ke } -i \text{ tidak ditugaskan ke tahapan produksi ke } -j \end{cases}$$

Dengan $i = 1,2,3,4$ dan $j = 1,2,3,4,5,6$.



b. Fungsi tujuan

$$Z_{\min} = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^6 c_{i,j} x_{i,j}.$$

c. Kendala

Kendala pada penelitian ini yaitu sebagai berikut:

Kendala Karyawan

Karyawan minimal mengerjakan satu tahapan produksi

$$\sum_{j=1}^6 x_{i,j} \geq 1, \quad \text{untuk } i = 1,2,3,4.$$

Kendala Tahapan Produksi

Suatu tahapan produksi hanya dikerjakan oleh satu karyawan.

$$\sum_{i=1}^4 x_{i,j} = 1, \quad \text{untuk } j = 1,2,3,4,5,6.$$

Kendala non negatif

$$x_{i,j} \geq 0.$$

Untuk $i = 1,2,3,4$ dan $j = 1,2,3,4,5,6$.

Dengan:

$c_{i,j}$ = Jumlah waktu yang diperlukan oleh karyawan ke $-i$ untuk menyelesaikan tahapan produksi ke $-j$ (menit), $i = 1,2,3,4$ dan $j = 1,2,3,4,5,6$.

$x_{i,j}$ = Karyawan ke $-i$ ditugaskan/tidak ditugaskan ke tahapan produksi ke $-j$, $i = 1,2,3,4$ dan $j = 1,2,3,4,5,6$.

Langkah 2. Bentuk matriks dari Tabel 1. yang telah disusun agar mudah dalam menyelesaikan langkah-langkah selanjutnya.

$$M = \begin{matrix} & \text{I} & \text{II} & \text{III} & \text{IV} & \text{V} & \text{VI} \\ \begin{matrix} K_1 \\ K_2 \\ K_3 \\ K_4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 37 & 66 & 93 & 683 & 192 & 58 \\ 45 & 67 & 87 & 759 & 205 & 54 \\ 42 & 59 & 91 & 732 & 207 & 51 \\ 37 & 68 & 92 & 718 & 185 & 47 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Langkah 3. Matriks penugasan yang telah disusun belum seimbang, karena jumlah karyawan lebih sedikit dari jumlah tahapan produksi yang dikerjakan. Hasil penjumlahan pada setiap kolom tahapan produksi yang dikerjakan disimpan pada *Sum Column* dan untuk hasil penjumlahan setiap baris karyawan disimpan pada *Sum Row* dapat dilihat pada Tabel 2.

Tabel 2. Hasil penjumlahan setiap baris dan setiap kolom

Karyawan	Tahapan produksi						Sum Row
	I	II	III	IV	V	VI	
1	37	66	93	683	192	58	1129
2	45	67	87	759	205	54	1217
3	42	59	91	732	207	51	1182
4	37	68	92	718	185	47	1147
<i>Sum Column</i>	161	260	363	2892	789	210	



Diperoleh *Sum Column* sebagai berikut:

I	II	III	IV	V	VI
161	260	363	2892	789	210

Dan diperoleh *Sum Row* sebagai berikut:

Karyawan 1	Karyawan 2	Karyawan 3	Karyawan 4
1129	1217	1182	1147

Langkah 4. Mengurutkan hasil jumlah kolom tahapan produksi (*Sum Column*) dan baris karyawan (*Sum Row*) dari yang terkecil hingga terbesar.

Sum Column : I, VI, II, III, V, IV.

Sum Row : Karyawan 1, Karyawan 4, Karyawan 3, Karyawan 2.

Langkah 5. Mempartisi matriks M menjadi bentuk $m \times m$. Partisi matriks harus sesuai dengan kendala yang ada maka aturan partisi matriks tidak seimbang yaitu disesuaikan dengan jumlah kolom (pekerjaan) atau baris (pekerja) yang terkecil [5]. Berdasarkan partisi matriks tersebut diperoleh dua matriks seimbang yaitu A_1 dan A_2 yaitu ditampilkan sebagai berikut :

$$A_1 = \begin{matrix} & \begin{matrix} \text{I} & \text{II} & \text{III} & \text{VI} \end{matrix} \\ \begin{matrix} K_1 \\ K_2 \\ K_3 \\ K_4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 37 & 66 & 93 & 58 \\ 45 & 67 & 87 & 54 \\ 42 & 59 & 91 & 51 \\ 37 & 68 & 92 & 47 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Dan,

$$A_2 = \begin{matrix} & \begin{matrix} \text{IV} & \text{V} \end{matrix} \\ \begin{matrix} K_1 \\ K_2 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 683 & 192 \\ 718 & 185 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Proses selanjutnya menyelesaikan masing-masing matriks ke- k menggunakan Algoritma *Ghadle-Munot*. Selidiki matriks partisi $k = 1$ atau matriks alokasi A_1 .

Langkah 6. Menghitung mutlak selisih antara entri terkecil dan entri terkecil berikutnya yang tersedia di setiap baris/kolom di matriks A_1 . Hasil selisih tersebut merupakan nilai penalti. Nilai penalti yang diperoleh yaitu sebagai berikut:

$$A_{1P} = \begin{matrix} & \begin{matrix} \text{I} & \text{II} & \text{III} & \text{VI} & \text{Penalti} \end{matrix} \\ \begin{matrix} K_1 \\ K_2 \\ K_3 \\ K_4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 37 & 66 & 93 & 58 \\ 45 & 67 & 87 & 54 \\ 42 & 59 & 91 & 51 \\ 37 & 68 & 92 & 47 \end{bmatrix} & \begin{matrix} 21 \\ 9 \\ 9 \\ 10 \end{matrix} \\ \text{Penalti} & \begin{matrix} 0 & 7 & 4 & 4 \end{matrix} & \end{matrix}$$

Langkah 7. Nilai penalti maksimum diantara semua nilai penalti yang diperoleh pada matriks A_{1P} adalah 21 atau $P = 21$.

Langkah 8. Menghitung kongruen *mod P* dari semua entri pada matriks A_1 dan bentuk matriks alokasi dengan setiap entri direpresentasikan dalam bentuk $(r)^{(q)}$ dengan (r) adalah sisa bagi *mod P* dan (q) adalah hasil bagi *mod P*, maka [7]:

$$c_{i,j} \equiv (r) \text{ mod } P \Leftrightarrow c_{i,j} = P(q) + (r).$$

Perhitungan kongruen *mod P* dari semua entri matriks A_1 yaitu $P = 21$ dan $c_{i,j} = 21(q) + (r)$.



Kemudian, berdasarkan hasil perhitungan kongruen $mod P$ sebelumnya matriks alokasi yaitu sebagai berikut:

$$A_{1A} = \begin{array}{ccccc} & \text{I} & \text{II} & \text{III} & \text{VI} & \text{Penalti} \\ K_1 & \left[\begin{array}{cccc} (16)^{(1)} & (3)^{(3)} & (9)^{(4)} & (16)^{(2)} \\ (3)^{(2)} & (4)^{(3)} & (3)^{(4)} & (12)^{(2)} \\ (0)^{(2)} & (17)^{(2)} & (7)^{(4)} & (9)^{(2)} \\ (16)^{(1)} & (5)^{(3)} & (8)^{(4)} & (5)^{(2)} \end{array} \right] & & & & \begin{array}{c} 21 \\ 9 \\ 9 \\ 10 \end{array} \\ \text{Penalti} & 0 & 7 & 4 & 4 & \end{array}$$

Langkah 9. Alokasi ke-1 : Berdasarkan matriks A_{1A} nilai penalti terbesar tidak ada yang sama. Nilai penalti terbesar yaitu 21 yang ada pada baris pertama. Proses selanjutnya ke langkah 10.

$$A_{1A1_9} = \begin{array}{ccccc} & \text{I} & \text{II} & \text{III} & \text{VI} & \text{Penalti} \\ K_1 & \left[\begin{array}{cccc} (16)^{(1)} & (3)^{(3)} & (9)^{(4)} & (16)^{(2)} \\ (3)^{(2)} & (4)^{(3)} & (3)^{(4)} & (12)^{(2)} \\ (0)^{(2)} & (17)^{(2)} & (7)^{(4)} & (9)^{(2)} \\ (16)^{(1)} & (5)^{(3)} & (8)^{(4)} & (5)^{(2)} \end{array} \right] & & & & \begin{array}{c} 21 \\ 9 \\ 9 \\ 10 \end{array} \\ \text{Penalti} & 0 & 7 & 4 & 4 & \end{array}$$

Langkah 10. (q) terkecil pada baris pertama tidak ada yang sama. Oleh karena itu, lakukan alokasi pada sel yang mempunyai nilai penalti yaitu 21 dengan (q) terkecil yaitu 1 sehingga entri minimum yang dipilih adalah $(16)^{(1)}$ yang terletak pada baris pertama dan kolom pertama pada sel (1,1) dijadikan pengalokasian.

$$A_{1A1_{10}} = \begin{array}{ccccc} & \text{I} & \text{II} & \text{III} & \text{VI} & \text{Penalti} \\ K_1 & \left[\begin{array}{cccc} [(16)^{(1)}] & (3)^{(3)} & (9)^{(4)} & (16)^{(2)} \\ (3)^{(2)} & (4)^{(3)} & (3)^{(4)} & (12)^{(2)} \\ (0)^{(2)} & (17)^{(2)} & (7)^{(4)} & (9)^{(2)} \\ (16)^{(1)} & (5)^{(3)} & (8)^{(4)} & (5)^{(2)} \end{array} \right] & & & & \begin{array}{c} 21 \\ 9 \\ 9 \\ 10 \end{array} \\ \text{Penalti} & 0 & 7 & 4 & 4 & \end{array}$$

Langkah 11. Baris pertama dan kolom pertama dihapus karena sudah teralokasikan.

$$A_{1A1_{11}} = \begin{array}{ccccc} & \text{I} & \text{II} & \text{III} & \text{VI} & \text{Penalti} \\ K_1 & \left[\begin{array}{cccc} [(16)^{(1)}] & (3)^{(3)} & (9)^{(4)} & (16)^{(2)} \\ (3)^{(2)} & (4)^{(3)} & (3)^{(4)} & (12)^{(2)} \\ (0)^{(2)} & (17)^{(2)} & (7)^{(4)} & (9)^{(2)} \\ (16)^{(1)} & (5)^{(3)} & (8)^{(4)} & (5)^{(2)} \end{array} \right] & & & & \begin{array}{c} 21 \\ 9 \\ 9 \\ 10 \end{array} \\ \text{Penalti} & 0 & 7 & 4 & 4 & \end{array}$$

Langkah 12. Pada pengalokasian yang pertama, semua tugas belum dialokasikan seluruhnya maka proses pengalokasian dilanjutkan ke langkah 9 sampai seluruh tugas telah teralokasi.

Berdasarkan proses pengalokasian baris dan kolom dari matriks A_{1A} maka dapat dilihat matriks hasil proses pengalokasian sebagai berikut :

$$\begin{array}{ccccc} & \text{I} & \text{II} & \text{III} & \text{VI} & \text{Penalti} \end{array}$$



$$A_{1H} = \begin{matrix} K_1 \\ K_2 \\ K_3 \\ K_4 \end{matrix} \begin{bmatrix} [(16)^{(1)}] & (3)^{(3)} & (9)^{(4)} & (16)^{(2)} \\ (3)^{(2)} & (4)^{(3)} & [(3)^{(4)}] & (12)^{(2)} \\ (0)^{(2)} & [(17)^{(2)}] & (7)^{(4)} & (9)^{(2)} \\ (16)^{(1)} & (5)^{(3)} & (8)^{(4)} & [(5)^{(2)}] \end{bmatrix} \begin{matrix} 21 \\ 9 \\ 9 \\ 10 \end{matrix}$$

Penalti 0 7 4 4

Dengan demikian solusi keputusan pada matriks A_1 dapat dilihat pada Tabel 3.

Tabel 3. Hasil Keputusan matriks A_1

Karyawan	Tahapan produksi	Waktu (Menit)
1 Handayani	I Tahapan pencucian	37
2 Martini	III Tahapan pemerasan	87
3 Rosita	II Tahapan pamarutan	59
4 Ayu	VI Tahapan penggilingan	47
Total Waktu		230

Langkah 13. Karena matriks partisi $k = k + 1$ atau matriks A_2 belum diselidiki maka proses dilanjutkan ke langkah 6. Dengan menggunakan proses yang sama diperoleh solusi keputusan pada matriks A_2 dapat dilihat pada Tabel 4.

Tabel 4. Hasil keputusan matriks A_2

Karyawan	Tahapan produksi	Waktu (Menit)
1 Handayani	IV Tahapan pemasakan	683
4 Ayu	V Tahapan pendinginan	185
Total Waktu		868

Langkah 13. Seluruh matriks sudah selesai diselidiki maka fungsi tujuan dan semua kendala sudah dipenuhi sehingga memperoleh solusi optimal. Berdasarkan perhitungan yang telah dilakukan, diperoleh solusi optimal gabungan dari hasil keputusan dua matriks keseimbangan dapat dilihat pada Tabel 5.

Tabel 5. Gabungan hasil keputusan matriks A_1 dan matriks A_2

Karyawan	Tahapan produksi	Waktu (Menit)
1 Handayani	I Tahapan pencucian	37
	IV Tahapan pemasakan	683
2 Martini	III Tahapan pemerasan	87
3 Rosita	II Tahapan pamarutan	59
	VI Tahapan penggilingan	47
4 Ayu	V Tahapan pendinginan	185
	Total Waktu	1.098

IV. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian diperoleh bahwa untuk menyelesaikan masalah penugasan tidak seimbang dapat menggunakan algoritma *Ghadle-Munot* yang dimodifikasi. Solusi yang diperoleh menggunakan algoritma *modified Ghadle-Munot* pada penugasan karyawan ke tahapan produksi yang dikerjakan di UKM Sinar Terang Herbal yaitu karyawan 1 Handayani ditugaskan pada tahapan pencucian dengan waktu penyelesaian selama 37 menit dan tahapan pemasakan dengan waktu penyelesaian selama 683 menit, karyawan 2 Martini ditugaskan pada tahapan pemerasan dengan waktu penyelesaian selama 87 menit, karyawan 3 Rosita ditugaskan pada tahapan pamarutan dengan waktu



penyelesaian selama 59 menit dan karyawan 4 Ayu ditugaskan pada tahapan pendinginan dengan waktu penyelesaian selama 185 menit dan tahapan penggilingan dengan waktu penyelesaian selama 47 menit.

DAFTAR PUSTAKA

1. Afriani, F. Peluang Usaha Kecil dan Menengah (UKM) dalam Ekonomi Indonesia. *Ekonomica Sharia: Jurnal Pemikiran Dan Pengembangan Ekonomi Syariah*. 2016, 1: 13-32.
2. Sharma, J.K. *Operations Research: Theory and Applications*, Ed ke-6, Trinity Press, an impint of Laxmi Publications Pvt. Ltd., New Delhi, 2016.
3. Antikah, A., Wulan, E. R., and Muhtarulloh, F., Penyelesaian Masalah Penugasan dengan Metode Rafi Aziz Uddin Bhuiyan (RAUB), Hungarian Method, dan Heuristic Method. *J. EurekaMatika*. 2022, 10 (2) : 91–98.
4. Taha, H.A. *Operations research an introduction*, Ed ke-10, Pearson, Boston, 2017.
5. Evipania, R., Gandhiadi, G.K., Sumarjaya, I.W. Optimaliasi Masalah Penugasan Tidak Seimbang Menggunakan Modified Hungarian Method. *E-J. Mat*. 2021, 10: 26–31.
6. Megasari, R., Prihandono, B., Pasaribu, M. Penerapan Metode Modified Hungarian pada Permasalahan Penugasan Fuzzy , *AKSIOMA: Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika*. 2024, 15(1): 1–13.
7. Munot, D. A., & Ghadle, K. P. A new approach to solve assignment problem using congruence modulo and its coding in matlab. *Advances in Mathematics: Scientific Journal*. 2020, 9(11): 9551–9557.
8. Hillier, F.S., & Lieberman, G.J. *Introduction to operations research*, Ed ke-9, McGraw-Hill Higher Education, New York, 2010.
9. Agustini, M. Y. D. H., & Rahmadi, Y. E. *Riset Operasional Konsep-Konsep Dasar*, PT Rineka Cipta, Jakarta, 2004.
10. Hozairi, Krisnafi, Y., Buhari, Alim, S. *Riset Operasi Penerapan Solver Excel Untuk Menyelesaikan Masalah Linier, Transportasi, Transshipment, Penugasan, Dan Jaringan*, WIDINA BHAKTI PERSADA, BANDUNG, 2022.