



Analisis Perbandingan Penghitungan Pendanaan Pensiun dengan Model Suku Bunga *Vasicek* dan *Cox Ingersoll Ross* (CIR) Menggunakan Metode *Frozen Initial Liability*

Dicky Ananda Setiawan¹, Fuji Lestari²

^{1,3}Sains/Sains Aktuaria, Institut Teknologi Sumatera

¹dicky.120410024@student.itera.ac.id

²fuji.lestari@at.itera.ac.id

Corresponding author email: fuji.lestari@at.itera.ac.id

Abstract: The uncertainty of the future necessitates meticulous financial planning, particularly concerning retirement. Retirement programs serve as a fundamental solution for ensuring financial stability during old age. This research aims to analyze the comparison between normal contributions and actuarial obligations using a stochastic interest rate model. One of the methods applicable for calculating retirement programs is the Frozen Initial Liability (FIL) method. The interest rate level emerges as a crucial factor in retirement program calculations. Based on their nature, interest rates are divided into two categories: constant and stochastic. The Vasicek and Cox Ingersoll Ross (CIR) models are employed to depict the dynamics of stochastic interest rates. The research findings indicate that the normal contribution value in the FIL method remains the same for all participants but changes when a participant retires. The normal contribution value with the Vasicek model is greater than that of the CIR model, averaging Rp641,467.82 with an average ratio of 1.3229. Actuarial obligations possess dynamic traits, influenced by the characteristics and volatility of interest rates. The actuarial obligation value with the Vasicek model is greater than that of the CIR model, averaging Rp1,723,509.742 with an average ratio of 4.1031.

Keywords: Actuarial Liabilities, Cox Ingersoll Ross, Frozen Initial Liability, Normal Cost, Vasicek

Abstrak: Ketidakpastian dimasa depan mengantarkan pada imperatif perencanaan keuangan yang cermat, terutama dalam aspek pensiun. Program pensiun menjadi solusi fundamental untuk memastikan stabilitas finansial di masa tua. Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis perbandingan iuran normal dan kewajiban aktuarial dengan menggunakan model suku bunga stokastik. Salah satu metode yang dapat digunakan untuk menghitung program pensiun adalah metode *Frozen Initial Liability* (FIL). Tingkat suku bunga menjadi faktor penting dalam perhitungan program pensiun. Berdasarkan jenisnya, suku bunga terbagi menjadi dua yakni konstan dan stokastik. Model Vasicek dan Cox Ingersoll Ross (CIR) digunakan untuk menggambarkan dinamika suku bunga stokastik. Hasil penelitian menunjukkan bahwa nilai iuran normal pada metode FIL sama bagi seluruh peserta, tetapi berubah ketika ada peserta yang pensiun. Nilai iuran normal dengan model Vasicek lebih besar daripada model CIR dengan rata-rata sebesar Rp641.467,82 dengan rata-rata rasio 1,3229. Nilai kewajiban aktuarial bersifat dinamis, dipengaruhi oleh karakteristik dan volatilitas suku bunga. Nilai kewajiban aktuarial dengan model Vasicek lebih besar daripada model CIR dengan rata-rata sebesar Rp1.723.509,742 dengan rata-rata rasio 4,1031.

Kata kunci: Cox Ingersoll Ross, *Frozen Initial Liability*, Kewajiban Aktuarial, Iuran Normal, Vasicek

I. PENDAHULUAN

Masa depan yang tidak pasti mendorong individu untuk merencanakan keuangannya dengan cermat. Berbagai strategi, seperti investasi, deposito, dan program pensiun, dapat dilakukan untuk menjaga aset dan mempersiapkan biaya hidup di masa depan. Program pensiun, yang bertujuan menyediakan dana pensiun, menawarkan solusi tepat untuk mengatasi masalah keuangan di masa tua [1]. Program pensiun dikelola oleh dua jenis lembaga, yaitu Dana Pensiun Pemberi Kerja (DPPK) dan Dana Pensiun Lembaga Keuangan (DPLK). DPPK didirikan oleh pemberi kerja, sedangkan DPLK didirikan oleh lembaga keuangan seperti perusahaan asuransi atau bank. Dana pensiun sendiri merupakan entitas hukum yang mengelola program dan memberikan manfaat pensiun [2].



Lembaga pengelola dana pensiun perlu melakukan perhitungan aktuaria dengan seksama sebelum peserta pensiun, termasuk evaluasi iuran normal dan kewajiban aktuaria, untuk memastikan keberlanjutan program. Salah satu metode yang digunakan adalah *Frozen Initial Liability* (FIL), yang merupakan modifikasi dari metode *Entry Age Normal* (EAN). FIL diaplikasikan untuk menghitung besaran dana pensiun bagi kelompok tertentu, dengan asumsi bahwa setiap anggota kelompok membayar iuran yang sama meskipun manfaat yang diterima saat pensiun berbeda [3].

Perhitungan dana pensiun dipengaruhi oleh berbagai faktor, seperti jenis kelamin, harapan hidup, peluang kematian, dan tingkat suku bunga. Jenis kelamin memiliki pengaruh karena terdapat perbedaan harapan hidup antara laki-laki dan perempuan. Tingkat suku bunga juga berperan penting dalam menentukan besarnya anuitas, yang terbagi menjadi dua jenis, yaitu konstan dan stokastik [4]. Model suku bunga stokastik yang umum digunakan adalah Vasicek dan Cox Ingersoll Ross (CIR), yang mengikuti konsep *mean reverting*. Perbedaan utama antara kedua model ini adalah pada nilai yang dihasilkan: model CIR selalu menghasilkan nilai positif, sedangkan model Vasicek dapat menghasilkan nilai negatif [5].

Penelitian mengenai perhitungan pendanaan pensiun dengan model suku bunga stokastik pernah dilakukan yaitu *Frozen Initial Liability Method To Determine Normal Cost of Pension Fund with Vasicek Interest Rate Model* dengan hasil semakin banyak peserta yang bergabung dalam program dana pensiun, semakin tinggi besarnya biaya normal yang perlu dibayarkan setiap bulannya [6]. Pada penelitian ini, data yang digunakan adalah data BI Rate tahun 2000-2022 serta data Pegawai Negeri Sipil (PNS) yang terbagi dalam lima kelompok golongan, yaitu 2A, 2B, 2C, 2D, dan 3A. Berdasarkan latar belakang yang telah dijelaskan sebelumnya, diperlukan evaluasi yang komprehensif terhadap iuran normal dan kewajiban aktuaria dengan menggunakan pendekatan *Frozen Initial Liability* (FIL) serta penerapan model suku bunga *Vasicek* dan *Cox Ingersoll Ross* (CIR).

II. METODE PENELITIAN

2.1. Tabel Mortalitas dan Simbol Komutasi

Tabel mortalitas adalah alat yang menggambarkan probabilitas atau peluang bahwa individu akan meninggal pada usia tertentu [7]. Perhitungan pada tabel mortalitas terdiri dari probabilitas bahwa seseorang yang berusia x akan mencapai usia $x + t$ yang disimbolkan dengan ${}_t p_x$ dan probabilitas seseorang yang berusia x akan meninggal t tahun yang kemudian dapat disimbolkan ${}_t q_x$. Persamaan matematika dalam tabel mortalitas dapat disederhanakan dengan menggunakan simbol komutasi, yang terutama digunakan dalam perhitungan program dana pensiun. Simbol komutasi dalam tabel mortalitas meliputi beberapa simbol yaitu D_x dan N_x .

2.2. Fungsi Bunga

Fungsi bunga diterapkan untuk mendiskontokan nilai pembayaran di masa depan ke nilai pada saat ini [8]. Ketika dalam rentang waktu ke- t suku bunga tidak mengalami perubahan dan tetap sebesar i , setiap rentang waktu dapat dirumuskan seperti pada (1).

$$v^t = (1 + i)^{-t}. \quad (1)$$

Notasi v^t adalah faktor diskonto yang digunakan untuk mengonversi pembayaran 1 di masa depan menjadi nilai saat ini, dengan mempertimbangkan tingkat bunga majemuk i dan jangka waktu t dalam tahun.



2.3. Fungsi Manfaat

Fungsi Manfaat merupakan fungsi yang digunakan untuk menentukan besarnya manfaat yang akan dibayarkan saat peserta memenuhi syarat pensiun. Besarnya manfaat pensiun pada usia r dirumuskan seperti pada (2) [8]

$$B_r = kS_{r-1}. \quad (2)$$

Keterangan:

B_r : Usia peserta pada saat masuk sebagai peserta pensiun,

k : Jumlah pendapatan peserta yang diakumulasikan dari usia e sampai $x - 1$ tahun,

S_{r-1} : Pendapatan peserta tahun ke t bekerja.

2.4. Anuitas Awal Seumur Hidup

Anuitas merupakan suatu pembayaran dengan jumlah yang telah ditentukan, yang dilakukan pada interval dan periode tertentu secara berkesinambungan. Pembayaran anuitas awal seumur hidup dilakukan peserta program pensiun dari awal periode hingga peserta meninggal dunia dan dilakukan pada awal tahun. Persamaan anuitas awal seumur hidup dapat dirumuskan seperti pada (3) [9]

$$\ddot{a}_x = \sum_{t=0}^{\infty} v^t {}_t p_x. \quad (3)$$

Persamaan (3) dapat dikonversikan ke dalam persamaan komutasi untuk mempermudah perhitungan aktuarial. Persamaan (3) dalam bentuk persamaan komutasi dirumuskan sebagai berikut

$$\ddot{a}_x = \frac{N_x}{D_x}. \quad (4)$$

Periode pembayaran anuitas awal seumur hidup bisa dilakukan tidak hanya dalam periode tahunan, tetapi juga dalam periode bulanan. Jika setiap pembayaran sebesar 1 dilakukan di awal setiap periode dengan frekuensi m kali dalam satu tahun, persamaannya dapat dirumuskan sebagai berikut

$$\ddot{a}_x^{(m)} = \ddot{a}_x - \frac{m-1}{2m}. \quad (5)$$

2.5. Iuran Normal

Iuran normal adalah kontribusi yang dibayarkan oleh peserta program pensiun untuk mendukung sebagian manfaat pensiun saat ini. Perhitungan iuran normal dapat dilakukan dengan berbagai metode, salah satunya adalah Metode *Frozen Initial Liability* (FIL), yang merupakan modifikasi dari Metode *Entry Age Normal* (EAN). FIL sering digunakan untuk perhitungan dana pensiun kelompok, dengan asumsi bahwa semua anggota membayar iuran yang sama, meskipun manfaat pensiun mereka berbeda [3]. Persamaan iuran normal pada metode FIL dapat dirumuskan sebagai berikut [9]

$${}^{FIL}{}_{\square}^{(NC)}t_j = \frac{1}{m_t} \sum_{j \in A_t} B_{r_j} \ddot{a}_r^{(12)} \frac{D_r}{N_x - N_r}. \quad (6)$$

Keterangan:

${}^{FIL}{}_{\square}^{(NC)}t_j$: Iuran normal ketika t dengan metode FIL,

m_t : Banyaknya anggota kelompok ketika t ,

A_t : Kumpulan anggota peserta pensiun ketika waktu t ,

B_{r_j} : Manfaat pensiun yang diterima anggota j yang pensiun ketika berusia r tahun,

$\ddot{a}_r^{(12)}$: Nilai tunai anuitas awal seumur hidup ketika usia r yang dibayarkan per bulan senilai $\frac{1}{12}$ satuan.



2.6. Kewajiban Aktuarial

Kewajiban aktuarial merupakan jumlah dana pensiun yang seharusnya sudah terakumulasi guna membiayai manfaat pensiun di masa mendatang. Persamaan kewajiban aktuarial pada metode FIL dapat dirumuskan sebagai berikut [9]

$$\begin{aligned} {}^{FIL}_{\square}(AL)_{t+1} = & (AL)_t(1+i) - \left(\sum_{j \in T} (\overline{PVFB})_{t+1j} - \sum_{j \in A_t} q_{x_j} (\overline{PVFB})_{t+1j} \right) \\ & - \sum_{j \in R} (\overline{PVFB})_{t+1j} + \sum_{j \in A_{t+1}} \Delta B_{tj} \ddot{a}_r^{(12)} \frac{D_{rj}}{D_{x+1j}} - (NC)_{t+1} \frac{1}{m_{t+1}} \sum_{j \in A_{t+1}} \frac{N_{x+1j} - N_{rj}}{D_{x+1j}} \\ & + (1+i)(NC)_t \frac{1}{m_t} \sum_{j \in A_t} \frac{N_{xj} - N_{rj}}{D_{xj}}. \end{aligned} \quad (7)$$

Keterangan:

- ${}^{FIL}_{\square}(AL)_{t+1}$: Kewajiban aktuarial metode FIL ketika waktu $t + 1$,
- $(AL)_t$: Kewajiban aktuarial ketika waktu t ,
- i : Tingkat suku bunga per tahun,
- $(\overline{PVFB})_{t+1j}$: *Present Value of Future Benefit* ketika $t + 1$ untuk anggota grup,
- q_{x_j} : Probabilitas peserta j berusia x meninggal ketika usia $x + 1$,
- ΔB_{tj} : Selisih manfaat pensiun untuk peserta j yang berusia x dan $x + 1$ tahun,
- $(NC)_t$: Iuran normal yang dibayarkan ketika t ,
- $(NC)_{t+1}$: Iuran normal yang dibayarkan ketika $t + 1$,
- m_{t+1} : Banyaknya peserta anggota grup program pensiun ketika $t + 1$.

2.7. Model Vasicek

Model *Vasicek* adalah model yang digunakan untuk menggambarkan perubahan suku bunga yang cenderung kembali titik keseimbangan (θ) setelah mengalami fluktuasi. Tingkat suku bunga model *Vasicek* dapat dinyatakan dalam bentuk persamaan diferensial stokastik berikut [10]

$$dr(t) = (c(\theta - r(t)))dt + \sigma dz. \quad (8)$$

Keterangan:

- $r(t)$: Tingkat suku bunga ketika waktu t ,
- c : Kecepatan $r(t)$ menuju titik keseimbangannya,
- θ : Nilai rata-rata jangka panjang dari $r(t)$,
- σ : Fluktuasi suku bunga atau Volatilitas,
- z : Proses Wiener.

Merujuk pada (8), didapatkan persamaan ekspektasi seperti berikut

$$E[r(t)] = r(0)e^{-ct} + \theta(1 - e^{-ct}). \quad (9)$$

Berdasarkan persamaan ekspektasi yang diperoleh, persamaan varians dapat diformulasikan sebagai berikut

$$var[r(t)] = \frac{\sigma^2}{2c}(1 - e^{-2ct}). \quad (10)$$

Ketika terdapat interval waktu s dan t dimana $0 < s < t$ dengan dimisalkan bahwa $s = t_{i-1}$ dan $t = t_i$ sehingga $t - s = t_i - t_{i-1} = \Delta t$, maka persamaan estimasi suku bunga model *Vasicek* dirumuskan sebagai berikut



$$r_t = r_{t-1}e^{-c(\Delta t)} + \theta(1 - e^{-c(\Delta t)}) + \sigma e^{-c(\Delta t)} \int_{t_{i-1}}^{t_i} e^{cs} dz(s). \quad (11)$$

2.8. Model Cox Ingersoll Ross (CIR)

Model Cox Ingersoll Ross (CIR) adalah model matematika yang menjelaskan perilaku dinamis suku bunga dari waktu ke waktu. Model ini bergantung pada konsep *mean reversion*, yang menyatakan bahwa tingkat suku bunga akan selalu berfluktuasi, namun pada akhirnya akan kembali ke nilai keseimbangan dalam jangka panjang. Persamaan matematis yang menggambarkan model suku bunga CIR adalah sebagai berikut [11]

$$dr(t) = (c(\theta - r(t)))dt + \sigma\sqrt{r(t)}dz. \quad (12)$$

Persamaan ekspektasi pada model CIR identik dengan persamaan ekspektasi pada model Vasicek, sebagaimana ditunjukkan dalam (9). Perbedaannya terletak pada persamaan variansi, dengan persamaan variansi model CIR dirumuskan sebagai berikut

$$var[r(t)] = \frac{\sigma^2}{c}r(0)(e^{-ct} - e^{-2ct}) + \theta \frac{\sigma^2}{2c}(1 - e^{-ct})^2. \quad (13)$$

Persamaan estimasi suku bunga model CIR Ketika terdapat interval waktu s dan t dimana $0 < s < t$ dengan dimisalkan bahwa $s = t_{i-1}$ dan $t = t_i$ sehingga $t - s = t_i - t_{i-1} = \Delta t$ dapat dirumuskan sebagai berikut

$$r_t = r_{t-1}e^{-c(\Delta t)} + \theta(1 - e^{-c(\Delta t)}) + \sigma\sqrt{r_{t-1}}e^{-c(\Delta t)} \int_{t_{i-1}}^t e^{cs} dz(s). \quad (14)$$

2.9. Maximum Likelihood Estimation (MLE)

Maximum Likelihood Estimation (MLE) adalah suatu pendekatan yang bertujuan untuk mengoptimalkan fungsi *likelihood* untuk mendapatkan penaksir parameter yang memiliki probabilitas maksimum [12]. Proses estimasi diawali dengan mengetahui fungsi kepadatan peluang dari model. Fungsi kepadatan peluang model Vasicek dapat dinyatakan mengikuti distribusi normal [13]. Model CIR memiliki fungsi kepadatan peluang yang sama dengan model Vasicek yaitu dapat dinyatakan mengikuti distribusi normal. Persamaan untuk fungsi kepadatan peluang bersyarat dari r_t bersyarat r_{t-1} dengan parameter c, θ, σ dapat dirumuskan sebagai berikut [14]

$$f(r_t|r_{t-1}; c, \theta, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hat{\sigma}^2}} \times \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{r_t - r_{t-1}e^{-c(\Delta t)} - \theta(1 - e^{-c(\Delta t)})}{\sqrt{\hat{\sigma}^2}}\right)^2\right). \quad (15)$$

Langkah selanjutnya ialah mencari taksiran parameter dari model Vasicek dan CIR.

1. Model Vasicek

Proses MLE menghasilkan parameter taksiran untuk model Vasicek sebagai berikut

$$\hat{\theta} = \frac{\sum_{t=1}^n (r_t - r_{t-1}G)}{n(1 - e^{-\hat{c}(\Delta t)})}, \quad (16)$$

$$\hat{c} = -\frac{1}{\Delta t} \ln\left(\frac{n \sum_{t=1}^n r_t r_{t-1} - \sum_{t=1}^n r_{t-1} \sum_{t=1}^n r_t}{n \sum_{t=1}^n r_{t-1}^2 - (\sum_{t=1}^n r_{t-1})^2}\right), \quad (17)$$

$$\hat{\sigma}^2_{VAS} = \frac{2\hat{c}}{n(1 - e^{-2\hat{c}(\Delta t)})} \sum_{t=1}^n (r_t - r_{t-1}G - H)^2. \quad (18)$$

Dengan $G = e^{-c(\Delta t)}$ dan $H = \theta(1 - e^{-c(\Delta t)})$.

2. Model CIR



Proses MLE menghasilkan parameter taksiran yang sama untuk parameter $\hat{\theta}$ dan \hat{c} pada model CIR dan Vasicek. Hal ini disebabkan oleh kesamaan nilai persamaan ekspektasi kedua model. Sehingga didapatkan estimasi parameter $\hat{\sigma}_{CIR}^2$ sebagai berikut

$$\hat{\sigma}_{CIR}^2 = \frac{2\hat{c}}{n(2(e^{-\hat{c}(\Delta t)} - e^{-2\hat{c}(\Delta t)}) + \hat{\theta}(1 - e^{-\hat{c}(\Delta t)})^2)} \sum_{t=1}^n (r_t - r_{t-1}G - H)^2. \quad (19)$$

Dengan $G = e^{-c(\Delta t)}$ dan $H = \theta(1 - e^{-c(\Delta t)})$.

2.10. Mean Absolute Error (MAE)

Mean Absolute Error (MAE) ialah metode yang diterapkan guna menilai akurasi model prediksi. MAE mengukur rata-rata selisih antara hasil prediksi dengan nilai sebenarnya. Model peramalan yang memiliki nilai MAE yang lebih rendah menunjukkan akurasi yang lebih tinggi dalam memprediksi nilai aktual. Persamaan untuk metode MAE dapat dirumuskan sebagai berikut [15]

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n |\hat{F}_t - F_t|. \quad (20)$$

Keterangan:

\hat{F}_t : Data hasil peramalan,

F_t : Nilai Sebenarnya.

III. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1. Estimasi Parameter Suku Bunga

Metode MLE diterapkan untuk menghasilkan persamaan taksiran parameter yang mengacu pada (16) sampai (19). Estimasi parameter dilakukan menggunakan data Bank Indonesia (BI) Rate dari tahun 2000 hingga 2022 yang bersumber dari situs resmi BI. Hasil estimasi parameter dengan menggunakan model Vasicek dan CIR adalah sebagai berikut.

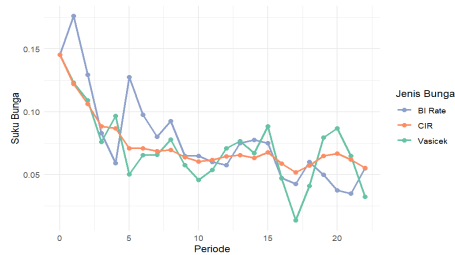
Taksiran Parameter	Nilai	
	Vasicek	CIR
\hat{c}	0,3307	0,3307
$\hat{\theta}$	0,0616	0,0616
$\hat{\sigma}_{Vas}$	0,0341	-
$\hat{\sigma}_{CIR}$	-	0,0283

Tabel 1 menunjukkan nilai estimasi parameter \hat{c} dan $\hat{\theta}$ yang sama antar kedua model. Hal ini disebabkan karena persamaan rata-rata kedua model identik. Parameter \hat{c} merepresentasikan kecepatan suku bunga untuk kembali ke titik keseimbangan, dengan nilai 0,3307. Parameter $\hat{\theta}$ merepresentasikan nilai rata-rata jangka panjang suku bunga, dengan nilai 0,0616. Perbedaan terdapat pada nilai estimasi parameter $\hat{\sigma}$, dengan model Vasicek memiliki nilai 0,0341 dan model CIR memiliki nilai 0,0283. Parameter $\hat{\sigma}$ merepresentasikan volatilitas.

Perbedaan karakteristik ini dapat diamati secara eksplisit pada (11) dan (14). Model Vasicek mengasumsikan perubahan suku bunga dengan proses *mean reverting* dan volatilitas konstan, sementara model CIR memiliki volatilitas yang bergantung pada tingkat suku bunga. Akibatnya, pada tingkat suku bunga rendah, volatilitas model CIR cenderung lebih kecil dibandingkan dengan model Vasicek.

3.2. Ukuran Kesalahan Model Vasicek dan CIR

Perhitungan ukuran kesalahan model diawali dengan mengestimasi suku bunga dengan memasukkan nilai taksiran parameter ke dalam (11) dan (14). Selanjutnya dilakukan perbandingan terhadap BI-Rate menggunakan tingkat suku bunga awal yang serupa. Berikut disajikan hasil komparasi antara suku bunga model Vasicek, CIR, dan BI-Rate.



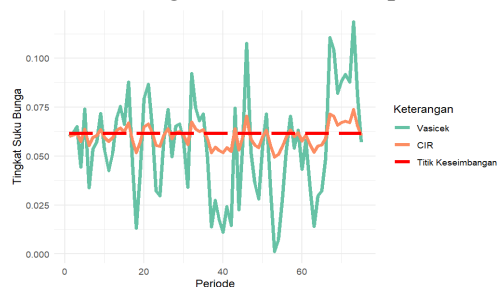
Gambar 1. Perbandingan suku bunga Vasicek, CIR, dan BI Rate

Gambar 1 membandingkan estimasi suku bunga model Vasicek dan CIR dengan BI Rate dari tahun 2000 hingga 2022. Model Vasicek menunjukkan fluktuasi yang lebih tinggi karena volatilitasnya lebih besar dibandingkan dengan model CIR. Hasil evaluasi menunjukkan nilai MAE sebesar 0,0231 untuk model Vasicek dan 0,0167 untuk model CIR, yang tergolong rendah dan mengindikasikan akurasi model yang memadai dalam memprediksi tingkat suku bunga.

Analisis komprehensif terhadap disparitas nilai MAE kedua model mengungkapkan bahwa volatilitas konstan pada model Vasicek berkontribusi pada amplifikasi kesalahan prediksi saat terjadi perubahan suku bunga yang drastis. Hal ini bersumber dari keterbatasan model Vasicek dalam mengadaptasi volatilitasnya terhadap dinamika pasar yang berubah. Di sisi lain, model CIR dengan volatilitas yang bergantung pada tingkat suku bunga menunjukkan kemampuan yang lebih baik dalam menyesuaikan prediktifnya terhadap fluktuasi pasar. Volatilitas dinamis model CIR yang mengikuti pola tingkat suku bunga membantu meminimalisir kesalahan prediksi, terutama dalam situasi di mana suku bunga berada pada level rendah.

3.3. Perhitungan Suku Bunga Model Vasicek dan CIR

Perhitungan estimasi Tingkat suku bunga dilakukan dengan memasukkan nilai taksiran parameter ke dalam (11) dan (14) dengan menggunakan suku bunga awal sebesar 6%. Estimasi dilakukan sebanyak 74 periode. Hasil estimasi suku bunga kedua model dapat dilihat pada Gambar 2.



Gambar 2. Perbandingan estimasi suku bunga Vasicek dan CIR

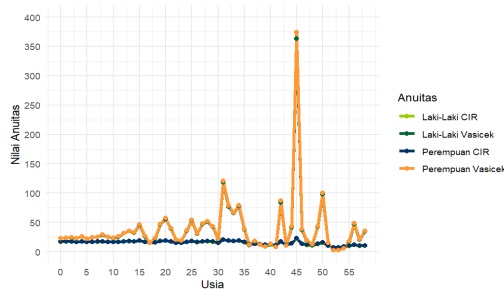
Gambar 2 memperlihatkan estimasi suku bunga untuk model Vasicek dan CIR. Vasicek menunjukkan fluktuasi yang lebih besar dibandingkan dengan CIR, dengan CIR bergerak lebih landai dan stabil di sekitar titik keseimbangan suku bunga.

Perbedaan fluktuasi yang terjadi sejalan dengan perbedaan volatilitas yang telah dibahas sebelumnya. Model Vasicek dengan volatilitas konstan menghasilkan estimasi suku bunga yang

lebih bervariasi, sedangkan model CIR dengan volatilitas yang bergantung pada tingkat suku bunga menghasilkan estimasi yang lebih stabil di sekitar titik keseimbangan

3.4. Perhitungan Anuitas

Penerapan tingkat bunga model Vasicek dan CIR diimplementasikan dalam perhitungan anuitas, dilakukan dengan menggunakan jenis anuitas awal seumur hidup per bulan. Perhitungan anuitas dilakukan dengan mengacu pada (5) untuk model Vasicek dan CIR. Nilai anuitas didapatkan sebagai berikut.



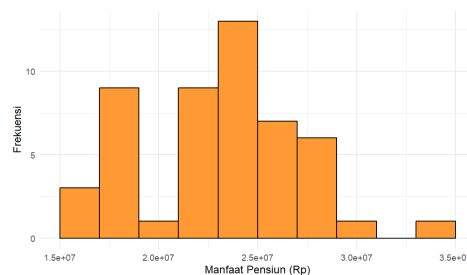
Gambar 3. Perbandingan anuitas model Vasicek dan model CIR

Perbedaan anuitas bulanan antara laki-laki dan perempuan dalam Gambar 3 mencerminkan perbedaan harapan hidup. Perempuan umumnya memiliki harapan hidup lebih tinggi, sehingga anuitas mereka lebih tinggi. Hal ini didasari oleh bahwa perempuan rata-rata akan menerima pembayaran anuitas selama periode yang lebih lama dibandingkan laki-laki.

Berdasarkan pada (5), perhitungan anuitas tidak dapat dipisahkan dari pengaruh suku bunga. Hal ini sejalan dengan hasil yang didapatkan sebelumnya yang menunjukkan bahwa model Vasicek menghasilkan fluktuasi suku bunga yang lebih tinggi dibandingkan model CIR. Fluktuasi suku bunga ini, secara konsekuensial, berdampak pada perhitungan anuitas, menghasilkan nilai anuitas yang lebih tinggi dengan model Vasicek dibandingkan model CIR.

3.5. Manfaat Pensiun

Perhitungan iuran normal dan kewajiban aktuarial diawali dengan menghitung manfaat pensiun. Perhitungan manfaat pensiun dilakukan dengan mengacu pada (2) untuk setiap peserta dari total lima puluh. Data peserta yang digunakan didapatkan dari PT Taspen Lampung. Berikut adalah hasil perhitungan manfaat pensiun untuk seluruh peserta.



Gambar 4. Nilai manfaat pensiun peserta

Besaran manfaat pensiun yang diterima setiap peserta berbeda-beda dan disajikan pada Gambar 4. Perbedaan besaran manfaat pensiun ini disebabkan oleh fakta bahwa setiap peserta mendapatkan manfaat yang proporsional dengan kontribusinya dalam program pensiun.

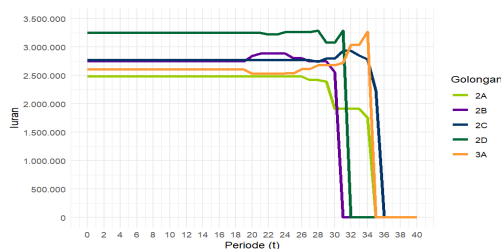
Variasi besaran manfaat pensiun mencerminkan karakteristik individu peserta, seperti usia, masa kerja, dan tingkat gaji. Faktor-faktor ini memengaruhi jumlah kontribusi yang dapat dilakukan oleh



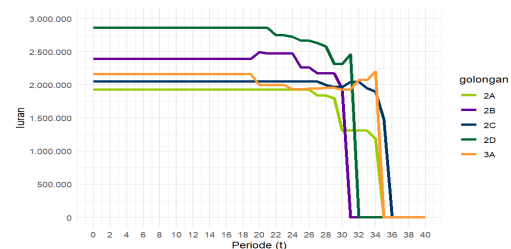
setiap peserta, yang pada akhirnya berdampak pada besaran manfaat pensiun yang mereka terima. Peserta yang memiliki kontribusi yang lebih tinggi akan menerima manfaat pensiun yang lebih besar dibandingkan peserta dengan kontribusi yang lebih rendah.

3.6. Iuran Normal

Perhitungan iuran normal dalam metode FIL mengacu pada (6) dan menggunakan model suku bunga Vasicek serta CIR pada lima kelompok yang terdiri dari lima golongan PNS, yakni 2A, 2B, 2C, 2D, dan 3A, dengan sepuluh peserta di setiap kelompok. Nilai iuran normal tetap untuk setiap peserta dalam kelompok, namun dapat berubah saat peserta keluar dari program pensiun. Grafik berikut memvisualisasikan variasi iuran normal hasil perhitungan tersebut untuk setiap golongan PNS.



Gambar 5a. Perbandingan iuran normal antar golongan model Vasicek



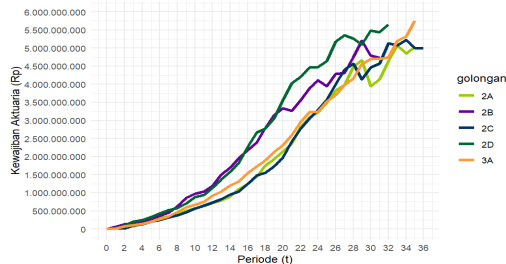
Gambar 5b. Perbandingan iuran normal antar golongan model CIR

Gambar 5a dan 5b menunjukkan fluktuasi nilai iuran antar kelompok peserta program pensiun dengan menggunakan model suku bunga Vasicek dan CIR. Nilai iuran normal disebabkan oleh suku bunga dan karakteristik data peserta, seperti gaji pokok, usia, jenis kelamin, dan masa kerja. Faktor-faktor ini mempengaruhi nilai manfaat pensiun dan berdampak pada nilai iuran normal. Keluarnya peserta dengan manfaat pensiun yang relatif kecil juga dapat meningkatkan nilai iuran normal bagi peserta yang tersisa.

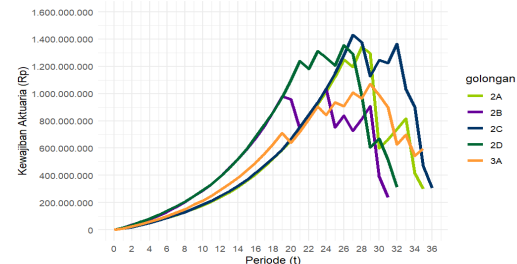
Model suku bunga yang digunakan dalam perhitungan iuran normal turut memberikan pengaruh yang signifikan. Hasil menunjukkan bahwa model Vasicek umumnya menghasilkan nilai iuran normal yang lebih tinggi dibandingkan model CIR. Hal ini disebabkan oleh sensitivitas model Vasicek yang lebih tinggi terhadap fluktuasi suku bunga, seperti yang telah dijelaskan pada bagian sebelumnya. Karakteristik ini menyebabkan model Vasicek memprediksi skenario suku bunga di masa depan dengan volatilitas yang lebih besar, sehingga berimplikasi pada peningkatan nilai iuran normal untuk mengantisipasi risiko fluktuasi tersebut.

3.7. Kewajiban Aktuarial

Pada bagian sebelumnya, dihasilkan estimasi iuran normal anggota kelompok, yang menjadi dasar penentuan kewajiban dana pensiun yang harus dicadangkan perusahaan. Kewajiban aktuarial dihitung dengan mengacu pada (7) menggunakan model suku bunga Vasicek dan CIR. Hasil perhitungan nilai kewajiban aktuarial divisualisasikan sebagai berikut.



Gambar 6a. Perbandingan nilai kewajiban aktuarial model Vasicek



Gambar 6b. Perbandingan nilai kewajiban aktuarial model CIR

Gambar 6a dan 6b memvisualisasikan fluktuasi nilai kewajiban aktuarial antar kelompok peserta program pensiun dengan model suku bunga Vasicek dan CIR. Pada awal periode, terjadi kenaikan nilai kewajiban aktuarial, dengan fluktuasi yang signifikan mendekati usia pensiun. Model Vasicek menunjukkan fluktuasi lebih besar daripada model CIR, yang menghasilkan stabilitas nilai kewajiban aktuarial yang lebih tinggi antar kelompok. Stabilitas ini pada model CIR disebabkan oleh sifat *mean reverting* yang lebih kuat.

Perbedaan signifikan dalam nilai kewajiban aktuarial antara model suku bunga Vasicek dan CIR dipengaruhi oleh karakteristik dan volatilitas keduanya. Model CIR menghasilkan suku bunga yang stabil dalam jangka panjang, sementara Vasicek mengakomodasi fluktuasi yang lebih signifikan [16]. Konsekuensinya, model Vasicek menghasilkan nilai kewajiban aktuarial lebih tinggi karena fluktuasi suku bunga yang besar, sedangkan model CIR menghasilkan nilai yang lebih stabil karena sifat *mean reverting* yang kuat.

Volatilitas berpengaruh terhadap fluktuasi nilai kewajiban aktuarial, yang meningkatkan rata-rata nilainya sepanjang waktu. Tingginya volatilitas juga meningkatkan risiko kekurangan dana pensiun di masa depan. Oleh karena itu, perlu penyesuaian nilai kewajiban aktuarial untuk mengantisipasi risiko ini, hal ini selaras dengan penyesuaian premi dalam asuransi [17].

IV. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian, dapat disimpulkan sebagai berikut

1. Perbandingan antara model Vasicek dan CIR menunjukkan bahwa model Vasicek menghasilkan nilai iuran normal yang lebih tinggi dibandingkan model CIR di semua kelompok. Rata-rata perbandingan iuran normal antara kedua model suku bunga adalah sebesar Rp641.467,82, dengan rasio rata-rata 1,3229, menunjukkan bahwa Vasicek lebih besar dibandingkan CIR. Perbedaan ini disebabkan oleh sensitivitas suku bunga dan karakteristik data peserta.
2. Nilai kewajiban aktuarial yang dihasilkan dengan metode FIL menggunakan model Vasicek dan CIR juga menunjukkan perbedaan yang signifikan. Model Vasicek menghasilkan nilai yang lebih tinggi dibandingkan dengan model CIR. Rata-rata perbandingan nilai kewajiban aktuarial antara kedua model suku bunga adalah sebesar Rp1.723.509.742, dengan rasio rata-rata 4,1031, menunjukkan bahwa Vasicek lebih besar dibandingkan CIR. Perbedaan antara model Vasicek dan CIR terkait dengan karakteristik dan volatilitasnya.

REFERENSI

1. F. Nur and A. S. Wahyuni, “Akuntansi Program Pensiun Berdasarkan PSAK 18: Studi Kasus pada PT Antam Perwakilan Makassar,” *AKUNSIKA J. Akunt. dan Keuang.*, vol. 3, no. 1, 2022.
2. Presiden Republik Indonesia, “Undang-Undang Presiden Republik Indonesia nomor 11 tahun 1992



- tentang Dana Pensiun.” 1992.
3. Y. Sari, Yurniati, and S. Resti, “Penggunaan Metode Frozen Initial Liability Pada Iuran Normal,” *Aktuaria J. Mat. Ter. Stat. Ekon. dan Manaj. Risiko*, vol. 2, no. 1, 2023.
 4. D. Ekawati, A. Ansar, and H. Hikmah, “Penentuan Premi Asuransi Jiwa Dwiguna Dengan Polis Partisipasi Menggunakan Suku Bunga Model CIR,” *Transform. J. Pendidik. Mat. dan Mat.*, vol. 5, no. 1, 2021.
 5. O. Vasicek, “An equilibrium characterization of the term structure,” *J. financ. econ.*, vol. 5, no. 2, 1977.
 6. S. Sulma, N. A. Rasyid, and I. N. Widana, “Frozen Initial Liability Method To Determine Normal Cost Of Pension Fund With Vasicek Interest Rate Model,” *J. Fundam. Math. Appl.*, vol. 6, no. 2, 2023.
 7. A. R. Effendie, *Matematika Aktuaria dengan Software R*. Yogyakarta: Gadjah Mada University Press, 2015.
 8. H. Winklevoss, *Pension Mathematics with Numerical Illustrations Second Edition Pension Research Council*. 1993.
 9. L. Gajek and K. M. Ostaszewski, *Financial Risk Financial Risk Management for Pension Plans*. Elsevier, 2004.
 10. D. Brigo and F. Mercurio, *Interest Rate Models-Theory and Practice: With Smile, Inflation and Credit*, vol. 82. Springer Finance, 2006.
 11. J. C. Cox, J. E. Ingersoll, and S. A. Ross, “A Theory of the Term Structure of Interest Rates,” *Econometrica*, vol. 53, 1985.
 12. S. Purba Angnitha, “Estimasi Parameter Data Berdistribusi Normal Menggunakan Maksimum Likelihood Berdasarkan Newton Raphson,” *Sains Dasar*, vol. 1, 2020.
 13. K. Fergusson and E. Platen, “Application of Maximum Likelihood Estimation to Stochastic Short Rate Models,” *Ann. Financ. Econ.*, vol. 10, no. 2, 2015.
 14. M. M. Y. Limbong, D. Rahmatin, and B. A. Priatna, “Penerapan Model Tingkat Suku Bunga Cox Ingersoll Ross (CIR) dalam Menentukan Iuran Normal Pensiun,” *J. EurekaMatika*, vol. 10, no. 2, 2022.
 15. P. Subagyo, *Forecasting Konsep dan Aplikasi*. Yogyakarta: BPPE UGM, 1986.
 16. R. Ramadhan, “Penentuan Cadangan Premi Dengan Menggunakan Suku Bunga Stokastik,” 2021.
 17. A. Satya Widjaja, K. Aditya, R. A. Irawan, F. Geoffrey, P. Pratomo, and A. Audi, “Perhitungan Premi Aktuaria Dengan Suku Bunga Stokastik First Order Autoregressive Pada Asuransi Berjangka Dan Asuransi Dwiguna,” 2023.